



<p>نام و نام خانوادگی: مقطع و رشته: چهارم ریاضی شماره داوطلب: تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه</p>	<p>جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران دبیرستان غیردولتی دخترانه </p>	<p>نام درس: هندسه تحلیلی نام دبیر: لیلا حیدرزاده تاریخ امتحان: ۱۳/۱۰/۱۳۹۶ ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه</p>
<p>ردیف</p>	<p>« سؤالات »</p>	<p>ردیف</p>
<p>۲</p>	<p>معادلات پارامتری خط گذرا از نقاط $(-1, 1, 0)$, $(-2, 5, 7)$ را پیدا کنید.</p>	<p>۱</p>
<p>۱,۵</p>	<p>فاصله ی نقطه ی $(5, 0, -4)$ را از خط زیر پیدا کنید. $x - 1 = \frac{y + 2}{-2} = \frac{z + 1}{2}$</p>	<p>۲</p>
<p>۲</p>	<p>فاصله ی نقطه $(2, 0, 2)$ را از خط زیر پیدا کنید. $X = -2, y + 1 = z$</p>	<p>۳</p>
<p>۱,۵</p>	<p>قرینه مکعب تمرین ۲ را نسبت به هر یک از صفحات مختصات قائم با مشخص کردن مختصات رئوس پیدا کنید.</p>	<p>۴</p>
<p>۲</p>	<p>فرض کنید a, b, c سه بردار غیر صفر باشند، اگر $a \cdot b = a \cdot c$، با مثالی نشان دهید که لزومی ندارد $b = c$.</p>	<p>۵</p>
<p>۱,۵</p>	<p>فرض کنید $a = (1, -3, 4)$, $b = (3, -4, 2)$, $c = (-1, 1, 4)$، تصویر قائم a بر امتداد $b + c$ به دست آورید.</p>	<p>۶</p>
<p>۲</p>	<p>فرض کنید a, b دو بردار دلخواه باشند. ثابت کنید $2 a ^2 + 2 b ^2 = a + b ^2 + a - b ^2$ (تعبیر هندسی رابطه بالا چیست؟).</p>	<p>۷</p>
<p>۲</p>	<p>بردارای عمود بر دو بردار $a = (1, -3, 2)$, $b = (-2, 1, -5)$ پیدا کنید.</p>	<p>۸</p>
<p>۱,۵</p>	<p>فرض کنید a, b بردارهایی به طول ۵ هستند که با یکدیگر زاویه ی $\frac{\pi}{4}$ می سازند. مساحت مثلثی را که توسط بردارهای $a - 2b$, $a + 2b$ تولید می شوند پیدا کنید.</p>	<p>۹</p>
<p>۲</p>	<p>معادله دایره به مرکز مبدا مختصات بنویسید که بر خط $4x + 3y = 10$ مماس باشند.</p>	<p>۱۰</p>
<p>۲</p>	<p>معادله ی دایره ای را بنویسید که از سه نقطه ی $(4, 6)$, $(-2, -2)$, $(5, -1)$ بگذرد.</p>	<p>۱۱</p>

نام درس: هندسه نام دبیر: لیلا حیدرزاده تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۱۳ ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر مدت امتحان: ۲۰ دقیقه	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران دبیرستان غیردولتی دخترانه 	پاسخ نامه سوالات
---	--	------------------

ردیف	راهنمای تصحیح	ردیف
۲	<p>اگر با استفاده از نقطه A بنویسیم معادله به صورت زیر در می آید :</p> $\vec{Ld} = \vec{AB} = (-1, 4, 7) \Rightarrow \begin{cases} x = -t - 1 \\ y = 4t + 1 \\ z = 7t \end{cases}$ <p>اگر با استفاده از نقطه B می نوشتیم به صورت زیر در می آید :</p> $\begin{cases} x = -t - 2 \\ y = 4t + 5 \\ z = 7t + 7 \end{cases}$	۱
۱,۵	<p>$A(5, 0, -4), B(1, -2, -1), \vec{Ld} = (1, -2, 2)$</p> <p>$\vec{AB} = (-4, -2, 3) \Rightarrow \vec{AB} \times \vec{Ld} = (2, 11, 10)$</p> $ \vec{AH} = \frac{ \vec{AB} \times \vec{Ld} }{ \vec{Ld} } = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{9}} = \frac{15}{3} = 5$	۲
۲	<p>$A(2, 1, 0), B(-2, 0, 1), \vec{Ld} = (0, 1, 1)$</p> <p>$\vec{AB} = (-4, -1, 1) \Rightarrow \vec{AB} \times \vec{Ld} = (-2, 4, -4)$</p> $ \vec{AH} = \frac{ \vec{AB} \times \vec{Ld} }{ \vec{Ld} } = \frac{\sqrt{4+16+16}}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$	۳
۱,۵	<p>قرینه مکعب نسبت به XOY</p> <p>$A'(0, 0, 0), E'(0, 2, -2)$</p> <p>$B'(2, 0, 2), F'(2, 2, -2)$</p> <p>$C'(2, 2, 0), G'(2, 0, -2)$</p> <p>$D'(0, 2, 0), H'(0, 0, -2)$</p> <p>قرینه ی مکعب نسبت به صفحه ی XOZ</p> <p>$A'(0, 0, 0), E'(0, -2, 2)$</p> <p>$B'(2, 0, 0), F'(2, -2, 2)$</p> <p>$C'(2, -2, 0), G'(2, 0, 2)$</p> <p>$D'(0, -2, 0), H'(0, 0, 2)$</p>	۴

$$A'(\cdot, \cdot, \cdot), E'(\cdot, 2, 2)$$

$$B'(-2, \cdot, \cdot), F'(-2, 2, 2)$$

$$C'(-2, 2, \cdot), G'(-2, \cdot, 2)$$

$$D'(\cdot, 2, \cdot), H'(\cdot, \cdot, 2)$$

۲ $a = (1, 1, 1)$

$$b = (2, \cdot, 2) \Rightarrow \begin{cases} a \cdot b = 4 \\ a \cdot c = 4 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = a \cdot c, b \neq c$$

$c = (4, \cdot, \cdot)$

۱.۵ $\vec{b} + \vec{c} = (2, -3, 6)$

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{u}}{|\vec{u}|} \vec{u} = \frac{35}{49} (2, -3, 6) = \left(\frac{10}{7}, \frac{-15}{7}, \frac{30}{7} \right)$$

۲
$$\begin{cases} |\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \end{cases}$$

اگر دو رابطه فوق را با یکدیگر جمع کنیم رابطه زیر حاصل می شود :

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2|\vec{a}|^2 + 2|\vec{b}|^2$$

۲ $a \times b = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & -5 \end{vmatrix} = (13, 1, -5)$

مسئله مضارب غیر صفر این بردار نیز هم بر a و هم بر b عمود است.

۱.۵ $s = \frac{1}{2} |(a - 2b) \times (3a + 2b)| = \frac{1}{2} |2a \times b - 6b \times a| = \frac{1}{2} |8a \times b|$

$$= 4|a \times b| = 4|a||b| \sin \theta = 4 \times 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 50\sqrt{2}$$

۲ فاصله مرکز دایره تا هر خط مماس بر دایره مساوی شعاع دایره می باشد.
معادله خط مماس بر دایره به صورت $4x + 3y - 10 = 0$ می باشد.

$$o(\cdot, \cdot) \Rightarrow r = |OH| = \frac{|0 + 0 - 10|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$X^2 + Y^2 = 4$$

۲ معادله ضمنی دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ می باشد نقاط داده شده باید در این معادله صدق کنند.

$$(4, 6) \Rightarrow 16 + 36 + 4a + 6b + c = 0 \Rightarrow 4a + 6b + c = -52$$

$$(-2, -2) \Rightarrow 4 + 4 - 2a - 2b + c = 0 \Rightarrow -2a - 2b + c = -8$$

$$(5, -1) \Rightarrow 25 + 1 + 5a - 5 + c = 0 \Rightarrow 5a - b + c = -26$$

$$(2) - (1) \Rightarrow \begin{cases} -6a - 8b = 44 \\ a - 7b = 26 \end{cases} \Rightarrow -5 \cdot b = 20 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow a + 28 = 26 \Rightarrow a = -2$$

$$(3) - (1) \\ -8 - 24 + c = -52 \Rightarrow c = -20$$

پس معادله دایره به صورت $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ در می آید.