


نام و نام خانوادگی: مقطع و رشته: چهارم ریاضی شماره داوطلب: تعداد صفحه سؤال:		جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه / دخترانه 		نام درس: هندسه تحلیلی نام دبیر: آقای ابومحبوب تاریخ امتحان: ۱۳/۱۰/۱۳۹۶ ساعت امتحان: ۸ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
ردیف	« سؤالات »				نمره
۱	نقاط $A(1, -3, 7)$ و $B(2, -5, 10)$ مفروضند. اگر $\vec{MA} = \frac{2}{3}\vec{MB}$ باشد، آن گاه مختصات نقطه ی M را به دست آورید.				۲
۲	اگر $ \vec{a} = 2$ ، $ \vec{b} = 4$ و $ \vec{a} + \vec{b} = 2\sqrt{6}$ باشد، $ \vec{a} - \vec{b} $ را به دست آورید؟				۲
۳	در مثلث ABC داریم: $A(2, 1, 0)$ ، $B(3, -1, 2)$ و $C(-1, 1, 3)$ آنگاه $\cos A$ را محاسبه نمایید.				۲
۴	فرض کنید $a(1, 2, 2)$ و $b(-1, 2, -2)$ موجود باشد برداری به طول واحد بیابید که بر این دو بردار عمود باشد.				۲
۵	دو بردار a و b با شرایط $a(1, -2, 3)$ و $b(2, 1, -1)$ مفروضند حجم متوازی السطوح که بر روی سه بردار a ، b و $a \times b$ ساخته می شود را بیابید.				۲
۶	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید تا نقطه $(a, b, 1)$ روی خط گذرا از نقاط $(2, 5, 7)$ و $(0, 3, 2)$ قرار گیرد.				۲
۷	فاصله ی بین دو خط $d: \frac{x}{2} = y = -z$ و $d': \frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$ را بدست آورید.				۲
۸	معادله ی خطی را بنویسید که از نقطه $A(1, 2, 3)$ گذشته و بر محور Z عمود بوده و آن را قطع کند.				۲
۹	مختصات نقطه تلاقی خط $d: \frac{x+1}{2} = 2y + 1 = \frac{z+3}{2}$ با صفحه $x + 3y + z = 0$ را بدست آورید.				۲
۱۰	معادله دایره ای بنویسید که بر خط $3x + 4y - 1 = 0$ مماس بوده و خط قائم بر دایره، خط $x + 2my = 3$ باشد.				۲
۲۰	موفق باشید.				جمع نمره

نام درس: هندسه تحلیلی نام دبیر: آقای ابومحبوب تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۱۳ ساعت امتحان: ۸ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه / دخترانه 	پاسخ نامه سوالات
---	--	-------------------------

ردیف	راهنمای تصحیح	ردیف
۲	$\vec{MA} = \frac{2}{3}\vec{MB} \Rightarrow 3\vec{MA} = 2\vec{MB} \rightarrow 3(A - M) = 2(B - M) \Rightarrow 3A - 3M = 2B - 2M \rightarrow M = 3A - 2B \Rightarrow$ $\mathbf{M} = (3, -9, 21) - (4, -10, 20) \Rightarrow \mathbf{M} = (-1, 1, 1)$	۱
۲	$ \vec{a} = \mathbf{a} = 2 \quad \vec{b} = \mathbf{b} = 4 \quad \vec{a} - \vec{b} = ?$ $2^2 + \mathbf{a} - \mathbf{b} ^2 = 2(4 + 16) \rightarrow \mathbf{a} - \mathbf{b} ^2 = 40 - 2^2 = 16 \rightarrow \mathbf{a} - \mathbf{b} = 4$	۲
۲	$\begin{cases} a = \vec{AB} \\ b = \vec{AC} \end{cases} \Rightarrow \cos A = \frac{a \cdot b}{ a b } = \frac{-3 + 0 + 6}{\sqrt{9} \times \sqrt{9+9}} = \frac{3}{3 \times 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6} \Rightarrow \hat{A} = \cos^{-1} \frac{\sqrt{2}}{6}$	۳
۲	$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow e_{\vec{c}} = \frac{(-2, 0, 1)}{\sqrt{4+0+1}} = \frac{\sqrt{5}}{5}(-2, 0, 1)$	۴
۲	$a \times b = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ 5 & 5 \end{vmatrix} = \vec{c} \quad v = a \cdot (b \times c) = \vec{c} \cdot (a \times b) = \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ 5 & 5 \end{vmatrix} = 1 + 49 + 25 = 75$	۵
۲	$A \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 5 \\ 7 \end{vmatrix} \quad e \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}$ $\frac{x-0}{2-0} = \frac{y-3}{5-3} = \frac{z-2}{7-2} \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{5}$ $\frac{a}{2} = \frac{b-3}{2} = \frac{1-2}{5} = \frac{-1}{5} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = \frac{-1}{5} \rightarrow a = \frac{-2}{5} \\ \frac{b-3}{2} = \frac{-1}{5} \rightarrow b = \frac{-2}{5} + 3 = \frac{13}{5} \end{cases}$	۶
۲	$\mathbf{d}: \frac{x}{2} = y = -z \rightarrow \begin{cases} \vec{u}(2, 1, -1) \\ \vec{A}(0, 0, 0) \end{cases}$ $\vec{AB} = \mathbf{B} - \mathbf{A} = (-1, 2, -1)$ $\vec{u} = (2, 1, -1)$ $\mathbf{d}': \frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{2} \rightarrow \begin{cases} \vec{u}'(4, 2, -2) \\ \vec{B}(-1, 2, 1) \end{cases}$ $ \vec{AB} \times \vec{u} = \sqrt{1+9+25} = \sqrt{35} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{d} = \frac{ \vec{AB} \times \vec{u} }{ \vec{u} } = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{6}}$ $ \mathbf{u}' = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$	۷
۲	$\mathbf{u} = (p, q, 0) \rightarrow \frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q}, z = z_0 \quad \mathbf{A} = (1, 2, 3) \Rightarrow \frac{x-1}{p} = \frac{y-2}{q}, z = 3$ $\left. \begin{array}{l} \text{محل برخورد با محور Xها} \\ \vec{B} = (0, 0, 3) \end{array} \right\} \longrightarrow \frac{x}{1} = \frac{y}{2}, z = 3$ $\text{بردار هادی: } \vec{AB} \text{ یا } \vec{BA} \rightarrow \vec{u}(1, 2, 0)$	۸

٢	$d: \begin{cases} \frac{x+1}{\gamma} = t \\ \gamma y + 1 = t \\ \frac{z+\gamma}{\gamma} = t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \gamma t - 1 \\ y = \frac{t-1}{\gamma} \\ z = \gamma t - \gamma \end{cases} \rightarrow \mathbf{M} \left(t-1, \frac{1}{\gamma}t - \frac{1}{\gamma}, \gamma t - \gamma \right) \xrightarrow{x + \gamma y + z = 0}$ $\gamma t - 1 + \gamma \left(\frac{1}{\gamma}t - \frac{1}{\gamma} \right) + \gamma t - \gamma = 0 \rightarrow \frac{11t}{\gamma} = \frac{11}{\gamma} \rightarrow t = 1$ $\Rightarrow \mathbf{M}(1, \cdot, -1)$	٩
٢	$m = 0 \rightarrow x = \gamma$ $m = 1 \rightarrow \gamma + \gamma y = \gamma \rightarrow y = 0$ $O \begin{vmatrix} \gamma \\ \cdot \end{vmatrix} \Rightarrow R = \frac{\gamma \times \gamma + 0 - 1}{\sqrt{\gamma \delta}} = \frac{\lambda}{\delta} = 1/\epsilon$ <p>معادله: $(x - \gamma)^\gamma + y^\gamma = (1/\epsilon)^\gamma$</p>	١٠